ÁLGEBRA

SEXTO DE PRIMARIA

Teoria y Ejercicios de Potenciacion

CONCEPTO:

Es una multiplicación repetitiva de un mismo número, una cantidad limitada de veces.

DEFINICIÓN:

$$\boxed{a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{\text{"m" factores}}} \; ; m \geq 1; m \in \mathbf{N}$$

El resultado: a^m = se denomina potencia

De donde:

$$\begin{cases} a = \text{base} \\ m = \text{exp onente} \end{cases}$$

* Ejemplos:

a. $3^5 = 3 . 3 . 3 . 3 . 3 = 243$

b. $4^3 = 4 . 4 . 4 = 64$

c. $5^2 = 5 . 5 = 25$

d. $2^4 = 2 . 2 . 2 . 2 = 16$

e. $6^3 = 6 . 6 . 6 = 216$

f. $2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$

A) Expresa lo siguiente:

* Seis elevado al cuadrado : ____________

* Ocho elevado al cuadrado : ____________

* "x" elevado al cuadrado : ____________

* Cuatro elevado al cubo : ____________

* Cinco elevado al cubo : ____________

* Nueve elevado al cubo : ____________

* Tres elevado a la cinco : ____________

* Cinco elevado a la seis : ____________

* "x" elevado a la cuatro : ____________

EXPONENTE NULO (Definición):

$$\boxed{a^0 = 1} \; ; \; \forall\, a \neq 0$$

* $3^0 = 1$
* $\left(\frac{5}{7}\right)^0 = 1$
* $2\sqrt{3}^0 = 2$ ¿por qué?
* $(2\sqrt{2})^0 = 1$
* $(1001)^0 = 1$

B) Completar, desarrollando las potencias.

Recuerda:

Las siguientes potencias son las más utilizadas en el curso. Por lo que reciben el nombre de "notables".

2^0 = ____	2^1 = ____	2^2 = ____	2^3 = ____	2^4 = ____
2^5 = ____	2^6 = ____	2^7 = ____	2^8 = ____	2^9 = ____
2^{10} = ____	3^0 = ____	3^1 = ____	3^2 = ____	3^3 = ____
3^4 = ____	3^5 = ____	4^0 = ____	4^1 = ____	4^2 = ____
4^3 = ____	4^4 = ____	5^0 = ____	5^1 = ____	5^2 = ____
5^3 = ____	5^4 = ____	6^0 = ____	6^1 = ____	6^2 = ____
6^3 = ____	7^0 = ____	7^1 = ____	7^2 = ____	7^3 = ____

8^0 = ____	8^1 = ____	8^2 = ____	8^3 = ____	9^0 = ____
9^1 = ____	9^2 = ____	9^3 = ____	10^0 = ____	10^1 = ____
10^2 = ____	10^3 = ____	11^2 = ____	12^2 = ____	13^2 = ____
14^2 = ____	15^2 = ____	16^2 = ____	17^2 = ____	18^2 = ____
19^2 = ____	20^2 = ____	25^2 = ____	30^2 = ____	40^2 = ____

C) Reduce cada ejercicio según el ejemplo:

1. $A = 3^4 + 2^3 + 4^0 + 5$

   $= 81 + 8 + 1 + 5$

   $= 95$

2. $B = 2^2 + 3^2 + 4^2$

3. $C = 50^0 + 3^0 + 2^0 + 1$

4. $D = 6^3 - 2^7 + 3^2$

PROPIEDADES:

1. Producto de potencias de igual base:

$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ ⇒ "Resulta la misma base y el exponente final es la **suma** de los exponentes iniciales".

* $243 = 3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{}$

$= 3^5 = 3^3 \cdot 3^2 = 3^{3+2} \Rightarrow 3^3 \cdot 3^2 = 3^5$

Completa:

* $4^3 \cdot 4^2 = 4^5$

* $2^9 \cdot 2^{12} =$ ______

* $3^2 \cdot 3^7 =$ ______

* $3^9 \cdot 3^{10} \cdot 3^{12} =$ ______

* $7^3 \cdot 7^2 = 7^5$

* $7^8 \cdot 7^8 =$ ______

* $11^3 \cdot 11^6 =$ ______

* $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^4 =$ ______

2. División de potencias de igual base:

$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$; $a \neq 0$ ⇒ "Resulta la misma base y el exponente final es la **diferencia** de los exponentes iniciales".

* $\frac{5^5}{5^2} = 5^{5-2} - 5^3$

* $\frac{9^6}{9^4} =$ ______

* $\frac{4^7}{4^3} =$ ______

* $\frac{8^3}{8^1} =$ ______

Observa el siguiente ejemplo:

$$D = \frac{4^{10} \cdot 4^3 \cdot 4^2}{4^6 \cdot 4^7} = \frac{4^{10+3+2}}{4^{6+7}} = \frac{4^{15}}{4^{13}} = 4^2 = 16$$

Ahora reduce lo siguiente:

$$G = \frac{5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^{12}}{5^9 \cdot 5^9} = \text{\_\_\_\_\_\_} = \text{\_\_\_\_\_\_}$$

PARTE PRÁCTICA

1. Expresar como potencia cada caso:

a. $\underbrace{6.6.6.......\ 6}_{30\ \text{veces}} =$

b. $\underbrace{m.m.m......\ m}_{18\ \text{factores}} =$

c. $\underbrace{4.4.4.......4}_{20\ \text{factores}} =$

d. $\underbrace{2.2.2.........\ ..2}_{13\ \text{veces}} =$

2. Efectúa adecuadamente en tu cuaderno cada caso:

a. $E = [\sqrt{123\ 457} + 4]^0 + 3$

b. $F = 4^0 + 3^0 + 2^0 + 1^0$

c. $G = 3^2 + 3 + 3^0$

d. $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$

e. $B = 1^5 + 3^2 + 2^3$

f. $B = 1^5 + 3^2 + 2^3$

f. $C = 4^3 + 4^2 - 4 + 1$

g. $X = 5^3 + 4^3 - 3^3 - 2^3$

H. $W = 6^3 - 7^2 + 3^2 - 5^2$

3. Expresar como potencia indicada cada caso:

a. $A = 4^3 . 4^2 . 4^5$

b. $B = (13)^3\,(13)^6\,(13)^0$

c. $C = (3)^0\,(3)^1\,(3)^2\,(3)^3\ .\ .\ .\ .\ .\ (3)^{10}$

4. Reducir cada caso:

a. $X = \dfrac{4^{20}.4^{50}.4^{90}}{4^{157}}$

b. $Y = \dfrac{2^{4}.2^{2}.2^{4}.2^{6}.2^{8}}{2^{8}.2^{16}}$

c. $Z = \dfrac{6^{2}.6^{9}.6^{7}}{6^{10}.6^{6}}$

Potenciación II

1. Potencia de un producto:

$$\boxed{(ab)^n = a^n \cdot b^n}$$

a. $8^3 = [4(2)]^3 = 4^3 \cdot 2^3$

b. $6^3 \cdot 7^3 = \{6(7)\}^3 = 42^3$

c. $x^5 \cdot y^5 = (xy)^5$

2. Resolución de ecuaciones exponenciales:

Usaremos el criterio de "igualdad por comparación".

Ejemplos:

a. Hallar "x" en:

$3^x = 3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^5$

$\Rightarrow 3^x = 3^{4+2+5}$

$\Rightarrow 3^x = 3^{11} \therefore x = 11$

b. Hallar "x" en:

$2^x = \dfrac{5^{10} \cdot 5^{10}}{5^5 \cdot 5^{15}}$

$\Rightarrow 2^x = \dfrac{5^{10+10}}{5^{5+15}}$

$\Rightarrow 2^x = \dfrac{5^{20}}{5^{20}}$

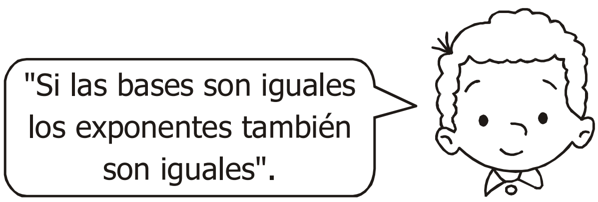
$\Rightarrow 2^x = 5^0 \Rightarrow 2^x = 1 \therefore x = 0$

c. Indicar el valor de "x" en:

$51^3 = 3^3 \cdot 17^x$

$\Rightarrow (3 \cdot 17)^3 = 3^3 \cdot 17^x$

$\Rightarrow 3^3 \cdot 17^3 = 3^3 \cdot 17^x \therefore x = 3$



PARTE PRÁCTICA

1. Hallar "x" en cada caso:

a. $8^x = \dfrac{4^5.4^3.4^2}{4^{10}}$

b. $x = \dfrac{2^2.2^3.2^{10}}{2^9}$

c. $(24)^2 = (12)^2.2^x$

d. $5^x = \dfrac{5^0.5^1.5^2.5^3.5^4}{5^5}$

e. $8^x = 4^3$

f. $2^x = 10^2 + 10^2 - 14^2$

g. $x^5 = (18)^5 . (6)^5$

h. $x^{20} = 5^4 . 5^6 . 5^{10}$

i. $7^{2x} = 7^3 . 7^{10} . 7^7$

j. $11^{x-3} = \left[\dfrac{3^{10}.5^7.8^3.1^{20}.25}{2^6.5^2.3^8.5^7.2^3} + 20^0 + 1\right]$

2. Reducir en cada caso:

a. $E = \dfrac{7^{20}}{7^{18}} + \dfrac{4^5.4^{10}}{4^{14}} + \dfrac{3^{10}.3^7}{3^{15}}$

b. $F = (17)^2 - (13)^2 + 8^3 - 5^2 + 1^{50}$

c. $G = (2002^7 - 1980^5)^0 + (\pi)^0 + 1;$ $(\pi = 3{,}14159.....)$

d. $H = \left[\dfrac{(1+3+5)^2 + 5^3 - 10^2 + 15}{(11)^2}\right]^7 + 8$